

## Terminale Spécialité – Limites de suites

Nécessite : théorème d'encadrement, de comparaison, levée d'indétermination, limites composées, raisonnement par récurrence, régression.

### Exercice 1 :

Calculez si possible les limites des suites ci-dessous

a.  $U_n = \frac{2n-1}{1-n} \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$

b.  $V_n = (-0,5)^n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

c.  $W_n = 2n^2 - 4n + 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

d.  $Z_n = \frac{3\sqrt{n}-2n}{4n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

e.  $Y_n = (1 - 2n)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

f.  $T_n = 3n - 2 \cos(n) \quad \forall n \in \mathbb{N}$

g.  $X_n = \frac{-3n^2+4n}{(1-n)(1+n)} \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$

h.  $H_n = (-1)^n \frac{3}{2+n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

i.  $P_n = \frac{2n - \cos^2(n)}{\sin(n) - n} \quad \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N}$

j.  $S_n = \left(\frac{\pi}{4}\right)^n - \frac{n}{3+n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

### Exercice 2 :

Soit la suite  $(U_n)$  telle que  $\begin{cases} U_0 = 50 \\ U_{n+1} = 0,8 U_n - 2 \end{cases}$

- À l'aide de votre calculatrice, étudiez les premiers termes de la suite  $(U_n)$ .  
Que pouvez-vous conjecturer concernant la limite de cette suite ? Son sens de variation ?
- Démontrez par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}, U_n > -10$
- En utilisant le résultat précédent, démontrez que la suite  $(U_n)$  est strictement décroissante.
- Concluez sur la convergence de cette suite.
- On rappelle que si une suite définie par une relation de type  $U_{n+1} = f(U_n)$  admet une limite finie  $\ell$ , alors  $\ell$  vérifie l'équation  $f(\ell) = \ell$ . Déterminez la limite  $\ell$  de la suite  $(U_n)$ .

### Exercice 3 :

Soit la suite  $(U_n)$  telle que  $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = U_n - n + 4 \end{cases}$

- Tracez la suite  $(U_n)$  dans à l'aide de votre calculatrice. Quelle conjecture pouvez-vous faire sur la limite de cette suite ?
- Que remarquez-vous concernant l'allure du nuage de point obtenu ?
- Notez les valeurs de 0 à 5 dans une liste (L1) du menu statistique de votre calculatrice. Notez ensuite les valeurs des 6 premiers termes de la suite dans une autre liste (L2) du menu statistique de votre calculatrice. Effectuez une régression (  $X = L1, Y = L2$  ) en choisissant la fonction adéquate (régression polynomiale degré 2). Donnez la fonction obtenue.
- Démontrez par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}, U_n = -0.5 n^2 + 4.5n + 2$
- Etudiez la limite de la suite  $(U_n)$ .