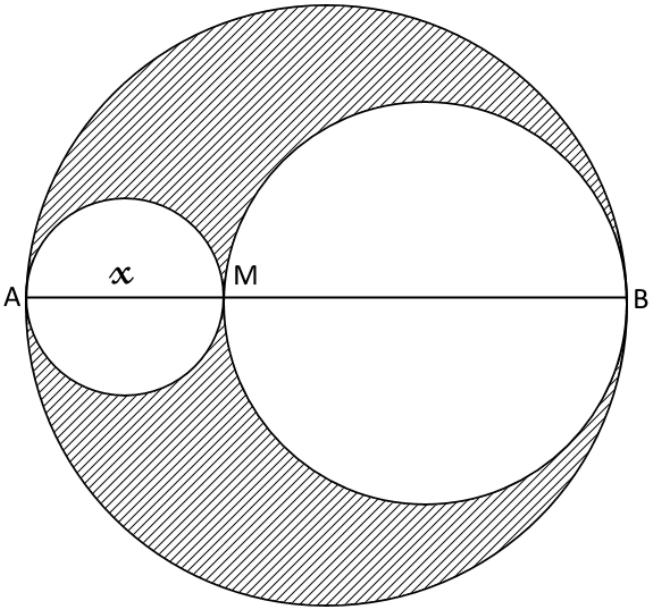
Première S – Trinômes du second degré

L'étude des fonctions trinômes du second degré est souvent utile pour résoudre des problèmes de surface non intuitifs.



Ici, deux disques (un de diamètre **[AM]** et un de diamètre **[MB]**) sont intégrés dans un grand disque de diamètre **[AB]**. Le point **M** appartient au segment **[AB]**, **AM** = x et **AB** = **a**.

Le but de l'exercice est de déterminer quelle doit être la valeur de x (exprimée en fonction de **a**) et donc où faut-il placer le point **M,** pour que l'aire hachurée soit maximale.

1- Exprimez l'aire du premier disque, puis l'aire du second en fonction de x et de **a** si besoin. (Attention les calculs peuvent être longs, prenez votre temps afin d'éviter les erreurs d'inattention !)

2- Exprimez l'aire du grand disque en fonction de **a**, et déduisez l'expression de l'aire de la partie hachurée. Simplifiez cette expression au maximum jusqu'à obtenir un trinôme du second degré.

3- Vous avez obtenue à la question précédente une expression que l'on notera P. Soit la fonction f telle que $f(x) = P$.

a. Dans notre cas, quel est le domaine de définition de $f(x)$?

b. Quelle allure aura la courbe de $f(x)$? Justifiez, puis dessinez-là à main levée.

c. Dressez le tableau de variation de $f(x)$.

4- Quelle valeur de x permet d'atteindre une aire maximale ? Où faut-il placer le point **M** pour maximiser l'aire de la partie hachurée ?